

### 3.1 Die Bündelungsregel

Die Handlungsbasis, auf die wir alles Rechnen am Abakus aufbauen, ist die folgende Regel:

**Bündelungsregel:** Ersetze *zehn* Steinchen, die in einem Feld liegen, durch *ein* Steinchen im Feld links daneben.

Um einem naheliegenden Missverständnis vorzubeugen, sei gleich betont: *Schüler sollen nach dieser Regel **handeln** können – sie aufsagen zu können, ist dagegen eher unbedeutend.* Es ist ein weit verbreiteter Irrtum zu glauben, dass Mathematik eine rein geistige Tätigkeit sei. Dieser Eindruck kann deshalb entstehen, weil es in der Mathematik üblich ist, nur die Ergebnisse einer Arbeit zu präsentieren, aber nicht den Weg dorthin. Der Mathematiker handelt so, als bahnte er sich seinen Weg durch einen Urwald: Er kennt das Ziel, aber er braucht sich nicht den Pfad einzuprägen, auf dem er gekommen ist. Was hinter ihm liegt, kann ruhig wieder überwuchern. Diese Haltung kann sich der Mathematiklehrer nicht erlauben. Er muss Wege aufzeigen, auf denen möglichst viele nachfolgen können. Am Beispiel der konkreten Handlungen am Abakus werden wir sehen, wie in jedem Menschen ein Stück weit Mathematik entstehen kann.

Doch wie vermittelt man Schülern nun diese Handlungskompetenz, die durch die Bündelungsregel beschrieben wird? Die Antwort ist denkbar einfach: Indem man's vormacht. Vielleicht verwenden Sie dazu einen Overhead-Projektor. Er ermöglicht allen Schülern dieselbe Perspektive, wohingegen ein Sitzkreis sehr ungünstig ist, weil dabei nur für die Hälfte der Schüler das erste Feld rechts liegt (denselben

Zweck erfüllen auch Klett- oder Magnet-Tafel). Grenzen Sie drei Felder auf dem Projektor voneinander ab, indem sie beispielsweise zwei lange Bleistifte hinlegen, und legen Sie in das erste Feld eine Hand voll Steinchen (20 ... 30 Stück). Um die Aufmerksamkeit der Schüler zu steigern, sollten Sie Ihre Handlungen gar nicht kommentieren. Zählen Sie leise zehn Steinchen aus dem ersten Feld ab, legen Sie diese in ein Vorratsgefäß, und nehmen Sie anschließend ein Steinchen aus diesem Gefäß heraus, um es auf das zweite Feld zu legen (s. Abb. 4, S. 33). Kann einer Ihrer Schüler an dieser Stelle weitermachen? Wer wird

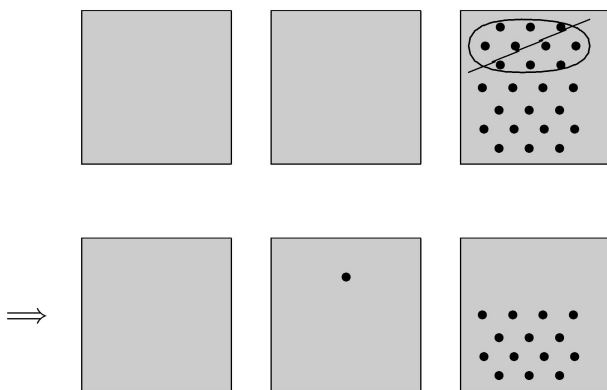


Abbildung 4

wohl der oder die erste sein, der oder die das kann? Und wie oft kann man diese Handlung durchführen? (So oft, bis weniger als zehn Steinchen im ersten Feld liegen!) Kinder im zweiten oder dritten Schuljahr werden i. Allg. mehrere Anläufe brauchen, ehe sie die Handlung korrekt ausführen. Bis es soweit ist, treten bereits verschiedene Fehler auf:

- Es werden nicht exakt zehn Steinchen aus dem ersten Feld genommen.
- Es werden zwar zehn Steinchen weggenommen, aber diese werden nicht in den Vorrat, sondern in das nächste Feld gelegt.

- Der Schüler nimmt zehn Steinchen aus dem ersten Feld und legt diese in das Vorratsgefäß, aber er versäumt es, ein Steinchen aus dem Gefäß in das zweite Feld zu legen.
- Er nimmt zehn Steinchen aus dem ersten Feld heraus und legt dafür ein Steinchen aus dem Vorrat in dasselbe Feld zurück.
- Der Schüler nimmt nur neun Steinchen aus dem ersten Feld und legt ein Steinchen aus dem Vorrat in das zweite Feld.

Ein Fehler, zu dem *Lehrer* neigen, sei besonders hervorgehoben: Sie legen die zehn Steinchen, die sie aus dem ersten Feld herausgenommen haben, nicht in den Vorrat, sondern separat, um die Zehnerbündel stets vor Augen haben zu können. – Das ginge ja noch beim Bündeln vom ersten ins zweite Feld, aber wie steht es beim Bündeln vom zweiten ins dritte Feld? Ein Steinchen, das im zweiten Feld liegt, hat doch einen ganz anderen Wert als eines im ersten! Wir wollen an dieser Stelle gar nicht weiter argumentieren, was zu tun wäre, um die Situation doch noch retten zu können. *Legen Sie zehn Steinchen – egal aus welchem Feld Sie diese herausnehmen – stets in den Vorrat zurück. Das Steinchen, das Sie dafür in das nächste Feld legen, ist vollkommen ausreichend, um festzuhalten, dass einmal zehn Steinchen im Feld davor enthalten waren!*

Nach der Vorführung am Abakus können Sie davon ausgehen, dass einige wenige Schüler korrekt vom ersten ins zweite Feld bündeln können. Es liegt also noch ein weiter Weg vor Ihnen, bis *alle* Schüler korrekt auf *allen* Feldern bündeln können. Einen kleinen Schritt in diese Richtung können Sie weitergehen, indem Sie die Schüler am jeweils eigenen Abakus das durchführen lassen, was Sie eben am Overhead-Projektor vorgeführt haben. Dabei können Sie gewiss noch ein paar andere Schüler auf den rechten Pfad bringen. Es scheint ohnehin ein Kennzeichen guten Unterrichts zu sein, die Schüler so lange bei guter Laune zu halten (man sagt: zu motivieren), bis auch noch der letzte von ihnen den betreffenden Lerninhalt aufgenommen hat. Während diese Motivationsfunktion im herkömmlichen Mathematikunterricht oft Spielen zukommt, die mit dem Lerninhalt in keinerlei

innerer Verbindung stehen, können Sie bei der Einführung des Abakus' auf einige Varianten des Bündelns eingehen, die für die Schüler immer wieder eine neue Herausforderung darstellen, welche aber mit der bereits erworbenen Kompetenz zu meistern sind:

1. Die Schüler sollen alle Steinchen, die sie haben (weniger als 100), auf das erste Feld ihres Abakus legen und anschließend bündeln. Hier tritt das Problem auf, dass sich zunächst keine Steinchen mehr im Vorrat befinden, weshalb manche Schüler meinen, sie könnten auch keine Steinchen ins zweite Feld legen. Das Problem ist aber behoben, sobald die ersten zehn Steinchen aus dem Feld herausgenommen und in den Vorrat gelegt sind: Nun sind wieder genügend Steinchen im Vorrat vorhanden.
2. Den nächst größeren Schritt zur Verallgemeinerung der Bündelungsregel können Sie machen, wenn Sie die Schüler mehr als 100 Steinchen ins erste Feld legen lassen. Denn nun erhält man nach dem Bündeln vom ersten ins zweite Feld mindestens zehn Steinchen im zweiten Feld. Nachdem Sie von vornherein mit drei Feldern gearbeitet haben, fällt es den Kindern nicht schwer zu erraten, wie es hier weitergeht: Zehn Steinchen im zweiten Feld werden durch ein Steinchen im dritten Feld ersetzt (s. Abb. 5, S. 36).
3. Es ist mühsam, 100 oder mehr Steinchen ins erste Feld zu legen und zu bündeln. Aber man kann sich vorstellen, dass jemand anderes bereits eine große Anzahl von Steinchen im ersten Feld hatte, und seine Bündelarbeit aus irgendwelchen Gründen nicht zu Ende geführt hat. Können wir das weiterführen (s. Abb. 6, S. 36)?
4. Nehmen Sie sich eine ganze Schulstunde Zeit, um die folgende Bündelungsvariante durchzuführen: Sie bringen mindestens 1000 Steinchen mit, die Sie auf das erste Feld eines Abakus' legen wollen. Dafür brauchen Sie einen Riesen-Abakus, den Sie

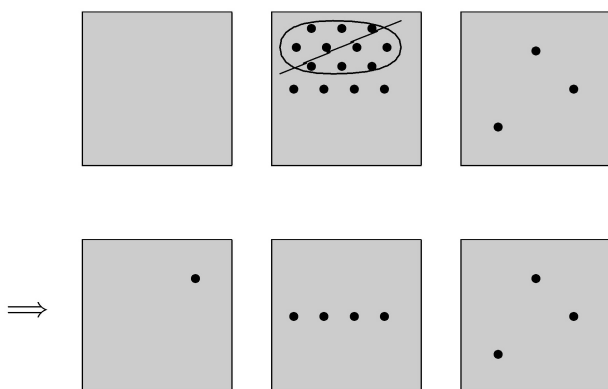


Abbildung 5

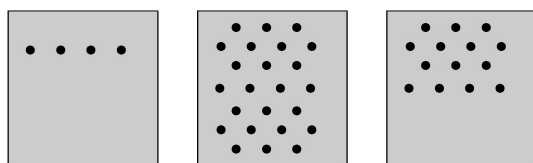


Abbildung 6: Wie geht es weiter?

mit drei Tischen im Klassensaal realisieren. Stellen Sie diese Tische an eine Wand, so dass für jedes Kind die rechte (bzw. linke) Seite des Abakus' die gleiche ist. Nun kann die ganze Klasse beim Bündeln mithelfen. Da Sie 1000 oder mehr Steinchen auf dem ersten Feld liegen hatten, werden irgendwann zehn oder mehr Steinchen auf dem dritten (letzten!) Feld liegen. Wie an dieser Stelle weiter zu verfahren ist, dafür sind aus der Sicht der Kinder mehrere Strategien denkbar:

- Man nimmt die zehn Steinchen aus dem dritten Feld heraus und legt dafür ein Steinchen ins erste Feld. Man beginnt also wieder von vorne, was zwar mathematisch recht interessant wäre, aber nicht zum Zehnersystem führt.

- Man nimmt die zehn Steinchen aus dem dritten Feld und legt dafür ein Steinchen in das Feld davor. Man geht also rückwärts. (Mathematisch interessant, führt aber nicht zum Zehnersystem.)
- Man nimmt die zehn Steinchen aus dem dritten Feld und legt dafür ein Steinchen auf ein viertes Feld, das man zuvor angebaut hat. Diese Strategie ist mathematisch interessant und führt zum Zehnersystem.

Bei dieser Gelegenheit ist es nicht abwegig sich zu fragen, was denn zu tun sei, wenn zehn Steinchen auf dem angebauten vierten Feld liegen. – Man muss dann eben ein fünftes Feld anbauen. Spätestens hier dürfte in den Schülern etwas geschehen, was einem Dammbruch gleicht: Wenn zehn Steinchen auf dem fünften Feld liegen, dann bauen wir noch ein sechstes an ... Wann immer zehn Steinchen auf einem Feld liegen, nehmen wir diese weg und legen dafür eine Steinchen auf das nächste Feld, welches wir nötigenfalls noch anbauen.