Veröffentlicht: 24. Februar 2009, überarbeitet: 8. April 2009, 17. Aug. 2011.

Die wahre Ursache der Finanzkrise

Eine Satire in vier Akten

von

Michael Johann

(Drücken Sie die Esc-Taste, um den Vollbildmodus zu beenden.)

1. Akt: *Kulturelle Unterschiede*

Wesentlich für die gegenwärtige Finanzkrise ist die Praxis des Geldverleihens. Das ist hinlänglich bekannt, und die Sache an sich ist nicht verwerflich. Aber es gibt kulturelle Unterschiede.

So hat z.B. der Deutsche eine tief sitzende Abneigung gegen das Leihen von Geld, er spart es viel lieber. Das wird ihm von Kindesbeinen an beigebracht und geht so weit, dass er sogar beim Rechnen lieber ans Hinzufügen denkt, auch wenn es ums Wegnehmen geht:

Er rechnet:

$$\begin{array}{rrrr} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ - & & \mathbf{6} & \mathbf{5} \\ & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & \\ \hline & & \mathbf{5} & \mathbf{8} \end{array}$$

… und denkt dabei:

5 ***plus 8*** *ist 13*

7 ***plus 5*** *ist 12*

Amerikaner hingegen und ebenso Engländer lieben es, Geld zu leihen und großzügig auszugeben.

Sie rechnen:

'	'	
1	**2**	**3**
	6	**5**
	5	**8**

… und denken dabei:

13 ***minus*** *5 ist 8*

(1 Zehner ***geborgt****)*

11 ***minus*** *6 ist 5*

(1 Hunderter ***geborgt****)*

Das Borgen funktioniert auch dann, wenn an der nächsten Stelle gar nichts vorhanden ist – sofern an irgendeiner höheren Stelle etwas existiert:

	1	0	3
–		6	5
		3	8

13 minus 5 ist 8
(1 Zehner geborgt,
der nicht da ist!)

9 minus 6 ist 3
(1 Hunderter geborgt)

2. Akt: *Die Entdeckung*

Und damit nahm das Unheil seinen Lauf!
Denn irgendein amerikanischer Investmentbanker hat (vermutlich in den 1980er Jahren) <u>unbedacht</u> eine Rechnung wie die folgende ausgeführt:

$$
\begin{array}{rcccc}
 & & 1 & 0 & 3 \\
- & & 1 & 0 & 4 \\
\hline
\dots & 9 & 9 & 9 & 9
\end{array}
$$

13 minus 4 ist 9
(1 Zehner geborgt, der nicht da ist!)

9 minus 0 ist 9
(1 Hunderter geborgt)

10 minus 1 ist 9
(1 Tausender geborgt, der nicht da ist!)

9 minus 0 ist 9
(1 Zehntausender geborgt, der nicht da ist!)

Nach anfänglichem Unbehagen über dieses ungewöhnliche Ergebnis (...9999 statt –1) erkannte der Banker schnell die ökonomische Bedeutung seiner Entdeckung. Denn von dieser Zahl konnte man nach Herzenslust wegnehmen, was man wollte:

...9999 – 1 = ...9998
...9999 – 2 = ...9997
...9999 – 3 = ...9996
usw.

(Er sah auch die Möglichkeit, etwas hinzuzufügen, aber das mochte er nicht.)

Eigentlich war die Rechnung des Bankers gar nicht so abwegig. Schon im 19. Jahrhundert hatte der deutsche Mathematiker *Kurt Hensel* diese Zahlen erforscht.

Aber der Banker war kein Mathematiker, und von den sog. *Hensel'schen Zahlen* wusste er auch nichts.

Die anderen Banker, die das Rechenmodell weltweit übernahmen, kannten die mathematischen Zusammenhänge ebenso wenig. Kritisch darauf angesprochen sagten die einen: *„Der Finanzmarkt zwingt uns dazu!“* und die anderen: *„Der Erfolg gibt uns Recht!“*

(Deutschlands Banker hatten das gleiche Ergebnis zwischenzeitlich auch mit ihrer eigenen Rechenmethode ermittelt und verwendeten es nun ebenso.)

3. Akt: *Das Perpetuum Mobile*

Dieser Akt des Dramas bestand darin, dass eine Investmentbank auf der Suche nach neuen „Produkten“ solche unheimlichen Zahlen multiplizierte.

Dabei stellte sie etwas sehr Erstaunliches fest:

...	9	9	9	x	...	9	9	9
				...	9	9	9	1
			...	9	9	9	1	
		...	9	9	9	1		
	...	9	9	9	1			
...	...	...	...	...				
			...	3	2	1		
				...	0	0	0	1

Die Rechnung ergab ...999 x ...999 = 1, woraus die Bank folgerte:

Schulden x Schulden = Guthaben

Dieses neue Finanzprodukt sollte das *Perpetuum Mobile* der Finanzwelt werden.

Und wiederum muss man zugestehen, dass die Rechnung mathematisch korrekt ist. Denn –1 x –1 = +1, und genau dies besagt die obige Rechnung.

4. Akt: *Das schwarze Loch*

Im letzten Akt des Dramas schnappte die Falle zu, in welche sich die Bankwirtschaft begeben hatte. Bitter rächte sich der Mangel an mathematischem Wissen.

Das war im Jahr 2008, dem Jahr der Mathematik – eine Ironie des Schicksals.

Von den Hensel'schen Zahlen ist nämlich bekannt, dass viele von ihnen eine sehr unliebsame Eigenschaft haben: Sie ergeben bei der Multiplikation 0, obwohl keiner der beteiligten Faktoren 0 ist. Sie löschen sich gegenseitig aus.

Hier ein Beispiel:

...	9	0	6	2	5	x	...	9	0	6	2	4
							...	6	2	5	0	0
						...	8	1	2	5	0	
					...	4	3	7	5	0		
				...	0	0	0	0	0			
			...	1	5	6	2	5				
						...	2	1	1			
							...	0	0	0	0	0

(Diese Zahlen sind nicht periodisch, die erste geht wie folgt weiter:

...509580863811000557423423230896109004106619977392256259918212890625)

Sehr wahrscheinlich hat also irgendeine Bank (zuerst vermutlich *Lehman Brothers*) bei der Herstellung eines Finanzproduktes zwei solche gefährlichen Zahlen miteinander multipliziert und damit alles vernichtet.

Das vermeintliche *Perpetuum Mobile* der Finanzwelt erwies sich in Wirklichkeit als ein *schwarzes Loch*.

Dies ist besonders tragisch, da die Geschichte durchaus hätte anders verlaufen können. Denn schon *Kurt Hensel* war klar, dass sich solche Situationen vermeiden lassen, indem man zum Rechnen etwa das Zweier- statt des Zehnersystems verwendet. Dort wäre **das** nicht passiert.

Fazit:

Man muss die Mathematik, die man verwendet, auch verstanden haben!

Anhang für die Freunde der Mathematik

s.a: *„Die bizarre Welt der links-unendlichen Zahlen“* von Jean-Paul Delahaye, in *„Unendlich (plus eins)“*, Spektrum der Wissenschaft, Highlights 2/2010, S. 24 – 31.

Hensel'sche dekadische Zahlen

Die Hensel'schen **p-adischen** Zahlen sind Gegenstand der Zahlentheorie. Es sind Zahlen in einem Stellenwertsystem zur Basis p, wobei p eine Primzahl ist. Sie unterscheiden sich von gewöhnlichen Stellenwertzahlen dadurch, dass sie unendlich viele Stellen links vom Komma haben können. Das **dekadische** Stellenwertsystem ist in dieser Hinsicht für die Zahlentheorie ohne Relevanz, da die Basis zehn keine Primzahl ist.

Im Unterschied zu p-adischen Systemen kommen im dekadischen System Hensel'sche Zahlen mit exotisch anmutenden Eigenschaften vor, nämlich idempotente Elemente und Nullteiler.*

---

* Die übliche Bezeichnung „10-adische Zahlen“ bzw. „10-adic numbers“ ist für das dekadische System insofern unglücklich gewählt, als „10“ keine bestimmte Zahl ist, sondern die Basis des jeweiligen Stellenwertsystems. 10 ist nicht zehn!

Es gibt außer 0 und 1 genau zwei idempotente Hensel'sche dekadischen Zahlen. (Eine Zahl a heißt idempotent, wenn gilt: $a \times a = a$.)

Angenommen a habe die Zifferndarstellung $...a_2a_1a_0$, d.h. $a=\sum a_i 10^i$, und $a \times a = a$. Dann gilt nach dem herkömmlichen Multiplikationsverfahren:

...	a_2	a_1	a_0	x	...	a_2	a_1	a_0
					...	$a_2 \times a_0$	$a_1 \times a_0$	$a_0 \times a_0$
				...	$a_2 \times a_1$	$a_1 \times a_1$	$a_0 \times a_1$	
			...	$a_2 \times a_2$	$a_1 \times a_2$	$a_0 \times a_2$		
		...	...	...	...			
					...	a_2	a_1	a_0

Aus der Multiplikationstafel lesen wir ab, dass für a_0 nur die Werte 0, 1, 5 und 6 in Frage kommen (5x5=2<u>5</u>, 6x6=3<u>6</u>). Wir wählen zunächst a_0=5 und sehen anschließend, dass durch diese Wahl a_1 eindeutig bestimmt ist: a_1=2. Und ebenso werden sukzessive alle weiteren Ziffern eindeutig bestimmt.

...	a_2	a_1	5	x	...	a_2	a_1	5
					...	$a_2 \times 5$	$a_1 \times 5$	25
				...	$a_2 \times a_1$	$a_1 \times a_1$	$5 \times a_1$	
			...	$a_2 \times a_2$	$a_1 \times a_2$	$5 \times a_2$		
		...	...	...	...			
							2	
					...	a_2	a_1	5

Weiter erhält man folgende Ziffern von a:

...509580863811000557423423230896109004106619977392256259918212890625

Ist a die eben bestimmte Zahl, dann ist auch $1 - a$ eine idempotente Zahl, denn es gilt:

$$\begin{aligned}(1-a)^2 &= 1-2\mathrm{a}+a^2 \\ &= 1-2\mathrm{a}+a \\ &= 1-a\end{aligned}$$

Mit dem herkömmlichen Subtraktionsverfahren sehen wir, dass $1 - a$ an der Einerstelle eine 6 hat, und eine weitere idempotente Zahlen b mit 6 an der Einerstelle kann es nicht geben, da sonst $1 - b \neq a$ eine weitere idempotente Zahl mit 5 an der Einerstelle wäre.
Wählt man für die Einerstelle 0 oder 1, dann müssen alle übrigen Stellen 0 sein. Deshalb sind a und $1 - a$ die einzigen nichttrivialen idempotenten Elemente.

Wir bezeichnen die beiden nichttrivialen idempotenten Elemente der Hensel'schen dekadischen Zahlen mit κ bzw. $1 - \kappa$.

Die beiden idempotenten Elemente κ und $1-\kappa$ sind Nullteiler, d.h. es gilt: $\kappa \cdot (1-\kappa) = 0$.

Es ist nämlich $\kappa \cdot (1-\kappa) = \kappa - \kappa^2 = \kappa - \kappa = 0$.

Ist d ein Nullteiler, so gibt es keine Zahl d^{-1}.

Ist d ein Nullteiler, dann gibt es eine Zahl $b \neq 0$ mit $d \cdot b = 0$. Existierte auch eine Zahl d^{-1}, dann wäre

$$b = b \cdot (d \cdot d^{-1}) = (b \cdot d) \cdot d^{-1} = 0 \cdot d^{-1} = 0 \text{ (Wid.)}$$

Ist r / s ein gewöhnlicher Bruch mit $0 < r < s \in \mathbb{N}$, dann gibt es für $-r / s$ eine Hensel'sche dekadische Zahl.

Sei $s = 2^k \cdot 5^m \cdot t$, so dass $\mathrm{ggT}(10,t)=1$. Dann gilt $t \mid 10^n - 1$ für ein geeignetes n (*Euler*) und damit auch $t \mid \ldots 999$. Deshalb ist $-r / s$ das Produkt einer Hensel'schen Zahl mit einem endlichen Dezimalbruch, also wieder eine Hensel'sche Zahl:

$$\frac{-r}{s} = \frac{\ldots 999}{t} \cdot \frac{r}{2^k \cdot 5^m}$$

Die Ziffernfolge jedes Nullteilers der Hensel'schen dekadischen Zahlen ist nicht periodisch.

Man zeigt zunächst, dass sich jede periodische Ziffernfolge in einen gewöhnlichen Bruch umwandeln lässt. Dann kann nach den beiden vorherigen Aussagen eine periodische Zahl kein Nullteiler sein, weil es zu jedem gewöhnlichen Bruch einen Kehrbruch gibt.

Die Umwandlung einer periodischen Zahl in einen gewöhnlichen Bruch läuft ähnlich wie im Fall der Dezimalzahlen. Ist *n* die Periodenlänge der Zahl *b*, dann ist $b - 10^n \cdot b$ die Ziffernfolge der Periode:

$$b - 10^n \cdot b = b_{n-1} b_{n-2} \ldots b_1 b_0 \;\rightarrow\; b = \frac{b_{n-1} b_{n-2} \ldots b_1 b_0}{1 - 10^n} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} b_i 10^i}{1 - 10^n}$$

Ergo: Wir können zwei Hensel'sche dekadische Zahlen ebenso addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren, wie wir das von den rationalen Zahlen her gewohnt sind.

Ende

(Drücken Sie die Esc-Taste, um
den Vollbildmodus zu beenden.)