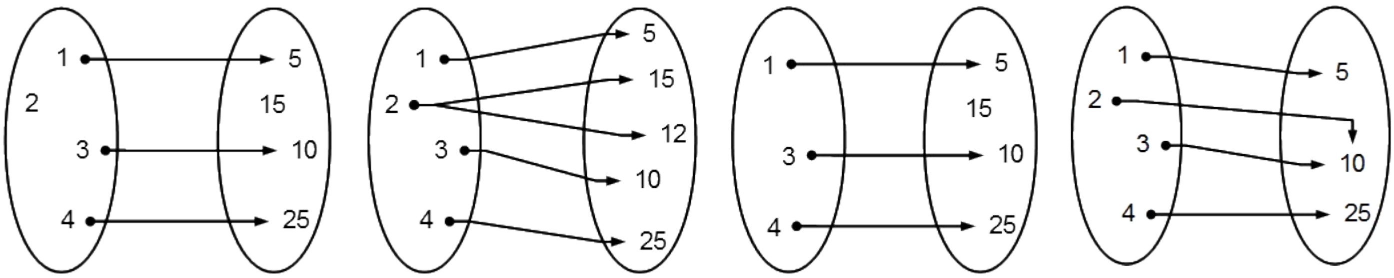
Michael Johann

4. Aufgabenblatt zur Vorlesung „Arithmetik“ (Sommer 2012)

1) Handelt es sich bei den folgenden Zuordnungen um Abbildungen? Und wenn ja: Sind sie bijektiv? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.



2) Geben Sie alle bijektiven Abbildungen der Menge A={a, b, c} in die Menge B={1, 2, 3} an.

3) Zeigen Sie, dass es eine bijektive Abbildung gibt

a) von $\mathbb{Z}$ nach {2, 4, 6, 8, …},

b) von $\mathbb{Z}$ in die Menge der Brüche n/m mit $n, m \in \mathbb{N}$.
(unter Verwendung des 1. Cantorschen Diagonalverfahrens.)

4) Mit der gleichen Idee wie beim 2. Cantorschen Diagonalverfahren lässt sich zeigen, dass die Menge aller Teilmengen der natürlichen Zahlen (d.i. die Potenzmenge $P(\mathbb{N})$) nicht abzählbar ist. Beginnt z.B. eine Liste von Teilmengen wie folgt: A={1,3,5,7,...}, B={2,4,6,8,...}, C={1,4,7,10,...}, D={2,5,8,11,...}, etc., dann notiert man:

A = 1, _ , 3 , _ , 5 , _ , 7 , ...
B = _ , 2, _ , 4 , _ , 6 , _ , 8 , ...
C = 1 , _ , _, 4 , _ , _ , 7 , _ , _ , 10 , ...
D = _ , 2 , _ , _, 5 , _ , _ , 8 , _ , _ , 11 , ...
...

Ermitteln Sie daraus die ersten Elemente einer Teilmenge, die in der Liste nicht vorkommt, und begründen Sie Ihr Vorgehen.

<u>Abgabe:</u>
Nur Aufgabe 4 bis Mittwoch 16. Mai, 12 Uhr