Michael Johann

2. Aufgabenblatt zur Vorlesung „Arithmetik“ (Sommer 2012)

1) Ist Q_n die n-te Quadratzahl (= n^2) und D_n die n-te Dreieckszahl (= 1+2+...+n), dann gilt

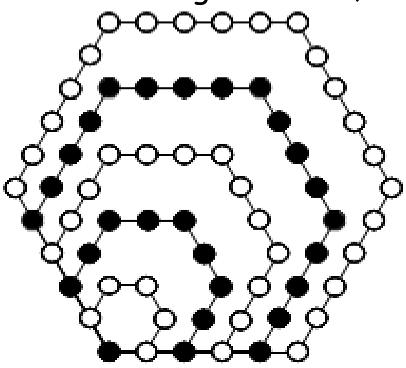
$Q_n = n + 2D_{n-1}$ und

$Q_n = D_n + D_{n-1}$

Begründen Sie diese Zusammenhänge an Punktmustern.

2) Finden Sie eine Formel für die Summe 1 + 2 + ... + (n-1) + n + (n-1) + ... + 2 + 1 und begründen Sie diese Formel an Punktmustern.

3) Hexagonalzahlen entstehen analog zur Folge der Quadratzahlen durch sukzessives Anfügen von Winkelhagen derart, dass immer größere Sechseckmuster entstehen:



Ist H_n die n-te Hexagonalzahl ($H_1 = 1$, $H_2 = 6$, $H_3 = 15$, ...), dann gilt

$$H_n = n + 4D_{n-1}$$

Begründen Sie diese Formel an nebenstehendem Punktmuster.

4) Berechnen Sie die Summe 103 + 106 + 109 + ... + 199.

Allgemein: Berechnen Sie die Summe a + (a+b) + (a+2b) + ... + (a+nb).

5) Berechnen Sie die unendlichen Summen

a) 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + ...　　　　b) 1/3 + 1/9 + 1/27 + ...

6) Zeigen Sie: Im Pascalschen Dreieck liegen die Summen der Dreieckszahlen $D_1 + D_2 + ... + D_n$ rechts unterhalb der n-ten Dreieckszahl.

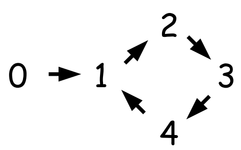
$D_1 + D_2 + D_3 = 10$

```
                  1
               1     1
            1     2     1
         1     3     3     1
      1     4     6     4     1
   1     5    10    10     5     1
1     6    15    20    15     6     1
```

7) Begründen Sie, weshalb folgende Mengen keine Modelle der Dedekind-Peano-Axiome sind:

a) {0, 1, 2, ..., ∞}

b)



<u>Abgabe:</u>
Nur Aufgabe 4 bis Mittwoch 2. Mai, 12 Uhr