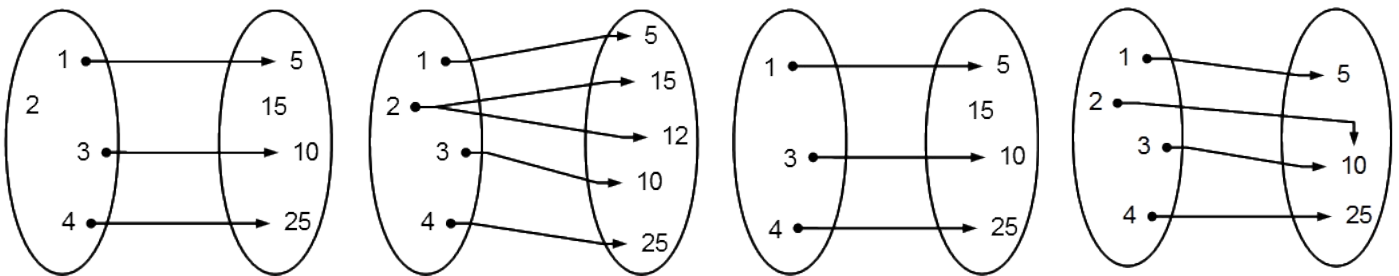


4. Aufgabenblatt zur Vorlesung „Arithmetik“ (Sommer 2013)

1) Bonusaufgabe

Handelt es sich bei den folgenden Zuordnungen um Abbildungen? Und wenn ja: Sind sie bijektiv? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.



2) Geben Sie alle bijektiven Abbildungen der Menge $A=\{a, b, c\}$ in die Menge $B=\{1, 2, 3\}$ an.

3) Zeigen Sie, dass es eine bijektive Abbildung gibt

a) von \mathbb{Z} nach $\{2, 4, 6, 8, \dots\}$,

b) von \mathbb{Z} in die Menge der Brüche n/m mit $n, m \in \mathbb{N}$.

(unter Verwendung des 1. Cantorschen Diagonalverfahrens.)

4) Bonusaufgabe

Mit der gleichen Idee wie beim 2. Cantorschen Diagonalverfahren lässt sich zeigen, dass die Menge aller Teilmengen der natürlichen Zahlen (d.i. die Potenzmenge $P(\mathbb{N})$) nicht abzählbar ist. Beginnt z.B. eine Liste von Teilmengen wie folgt: $A=\{1,3,5,7,\dots\}$, $B=\{2,4,6,8,\dots\}$, $C=\{1,4,7,10,\dots\}$, $D=\{2,5,8,11,\dots\}$, etc., dann notiert man:

$$\begin{array}{l}
 A = \textcircled{1}, _, 3, _, 5, _, 7, \dots \\
 B = _, \textcircled{2}, _, 4, _, 6, _, 8, \dots \\
 C = 1, _, \textcircled{_}, 4, _, _, 7, _, _, 10, \dots \\
 D = _, 2, _, \textcircled{_}, 5, _, _, 8, _, _, 11, \dots \\
 \dots
 \end{array}$$

Ermitteln Sie daraus die ersten Elemente einer Teilmenge, die in der Liste nicht vorkommt, und begründen Sie Ihr Vorgehen.